第27講　確率分布

§1 確率変数と確率分布

要点整理 と 公式

要点① 確率変数と確率分布

「　　　　　」… 試行の結果によってその値が定まり，その値をとる確率が定まる変数

確率変数 X について

$X=a$ となる確率を

$a \leqq X \leqq b$ となる確率を

のように表す。

確率変数 X の値とその値をとる確率の対応関係を「　　　　　」(分布)といい，確率変数 X は確率分布に　　　という。

一般に，確率変数 X のとりうる値 x_1，x_2，……，x_n に対して確率 p_1，p_2，……，p_n が対応するとき，X の確率分布を次のように表す。

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

また，このとき

$p_1 \geqq 0$，$p_2 \geqq 0$，……，$p_n \geqq 0$

$p_1+p_2+\cdots\cdots+p_n=$

が成り立つ。

例　2枚の硬貨を同時に投げる試行において，表の出る枚数を X とするとき，X の確率分布は下の表のようになる。

X				計
P				

また $X=0$，$X \geqq 1$ となる確率は　$P(X=0)=$　，

$P(X \geqq 1)=$　　　　$+$　　　　$=\dfrac{2}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$ である。

[MEMO]

1 赤球 4 個，白球 3 個の入った袋から，2 個の球を同時に取り出すとき，出る赤球の個数を X とする。

(1)　X の確率分布を求めよ。

(2)　$P(X \leqq 1)$ を求めよ。

Point Pickup

確率分布

確率変数 X のとりうる値 x_1, x_2, ……, x_n と，それぞれの値をとる確率 p_1，p_2，……，p_n の対応関係を，X の確率分布という。

$p_1 \geqq 0$，$p_2 \geqq 0$，……，$p_n \geqq 0$

$p_1+p_2+\cdots\cdots+p_n=1$

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

[MEMO]

§2 確率変数の期待値

要点整理 と 公式

要点 ① 確率変数の期待値

確率変数 X の確率分布が右の表で与えられたとき

X	x_1	x_2	…	x_n	計
P	p_1	p_2	…	p_n	1

$x_1p_1+x_2p_2+\cdots\cdots+x_np_n$

を，X の「　　　　」または「　　　」といい，

　　(または m)で表す。

確率変数の期待値(平均)

$$E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots\cdots+x_np_n$$

例 右の表のような賞金がついている 1000 本のくじがある。くじを 1 本引いたときの賞金を X 円とすると，X の確率分布は下の表のようになる。

	賞金	本数
1 等	10000 円	1 本
2 等	2000 円	3 本
はずれ	0 円	996 本
合計		1000 本

X	10000	2000	0	計
P	$\frac{1}{1000}$	$\frac{3}{1000}$	$\frac{996}{1000}$	1

よって，X の期待値は

$$E(X)=10000\cdot\frac{1}{1000}+2000\cdot\frac{3}{1000}+0\cdot\frac{996}{1000}=16\text{(円)}$$

[MEMO]

2　3 枚の硬貨を同時に投げて，表が出る枚数を X とするとき，確率変数 X の期待値を求めよ。

Point Pickup

確率変数の期待値

確率変数 X が右の表の確率分布に従うとき

期待値　$E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots\cdots+x_np_n$

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

【MEMO】

§3 確率変数の分散と標準偏差

要点整理 と 公式

要点 ① 確率変数の分散と標準偏差

確率変数 X の散らばりの度合いを表す値として

確率変数と　　　　　　　　　　　の期待値(平均)

を考える。

X の確率分布が右の表で与えられ，その期待値が　で

あるとする。X の各値と m との差の 2 乗

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

$(x_1-m)^2$，$(x_2-m)^2$，……，$(x_n-m)^2$

について，これらの値をとる

確率変数 $(X-m)^2$ の期待値は

$(X-m)^2$	$(x_1-m)^2$	$(x_2-m)^2$	$\cdots$	$(x_n-m)^2$	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

$$E\left((X-m)^2\right)=(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots\cdots+(x_n-m)^2p_n$$

である。これを X の「　　　」といい，　　　で表す。

確率変数の分散

$$V(X)=E\left((X-m)^2\right)=(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots\cdots+(x_n-m)^2p_n$$

分散は，確率変数 X の単位が 2 乗されているから，X の単位と一致させるために，分散の正の平方根　　　　を考える。これを X の「　　　　　」といい，　　　で表す。

確率変数の標準偏差

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$$

確率変数 X の分散や標準偏差は，X の期待値からの散らばりの度合いを表す。分散や標準偏差の値が小さいほど，X の値が期待値の付近に集中し，大きいほど期待値からの散らばりが大きいことを示す。

例 2 枚の硬貨を同時に投げる試行において，表の出る枚数を X とするとき，X の確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

X の期待値は

$$= \qquad + \qquad + \qquad = 1$$

X の分散は

$$= \qquad\qquad + \qquad\qquad + \qquad\qquad = \frac{1}{2}$$

X の標準偏差は

$$= \sqrt{V(X)} = \qquad = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

要点 ② 分散の公式

確率変数 X の分散を表す式を変形すると

$$V(X) = (x_1 - m)^2 p_1 + (x_2 - m)^2 p_2 + \cdots\cdots + (x_n - m)^2 p_n$$

$$= \left(x_1{}^2 p_1 + x_2{}^2 p_2 + \cdots\cdots + x_n{}^2 p_n\right)$$

$$- 2m(x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots\cdots + x_n p_n)$$

$$+ m^2 (p_1 + p_2 + \cdots\cdots + p_n)$$

$$= E\left(X^2\right) - 2m \cdot m + m^2 \cdot 1$$

$$= E\left(X^2\right) - m^2$$

よって，次のことが成り立つ。

分散の公式

$$V(X) = E\left(X^2\right) - m^2 = E\left(X^2\right) - \{E(X)\}^2$$

例 X の確率分布が右の表のようであるとき

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

X の期待値は $E(X) = 1$

よって，X の分散は

$$V(X) = \qquad -$$

$$= \quad \cdot \frac{1}{4} + \quad \cdot \frac{2}{4} + \quad \cdot \frac{1}{4} \qquad = \frac{1}{2}$$

3 当たりくじ2本を含む10本のくじがある。このくじを同時に5本引いたときの当たりくじの本数を X とするとき，X の期待値，分散，標準偏差を求めよ。

Point Pickup

確率変数の分散と標準偏差

確率変数 X が右の表の確率分布に従うとき，
X の期待値を $E(X)=m$ とすると

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

分散　$V(X)=E\big((X-m)^2\big)$

$=(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots\cdots+(x_n-m)^2p_n$

$=E\big(X^2\big)-m^2=E\big(X^2\big)-\{E(X)\}^2$　……(X^2 の期待値)−(Xの期待値)^2

標準偏差 $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$　……($\sqrt{分散}$)

[MEMO]

§4 確率変数の変換

要点整理 と 公式

要点 ① 確率変数の変換と $aX+b$ の期待値

確率変数 X の確率分布が右の表で与えられているとき，

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

a，b を定数として，X の 1 次式

$$Y = aX + b$$

で Y を定めると，Y は

$$y_k = ax_k + b$$

で定まる値をとる確率変数であり，Y の確率分布は右の表のようになる。このとき，Y の期待値 $E(Y)$ は

Y	y_1	y_2	$\cdots$	y_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(aX+b) \\ &= (ax_1+b)\cdot p_1 + (ax_2+b)\cdot p_2 + \cdots\cdots + (ax_n+b)\cdot p_n \\ &= a(x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots\cdots + x_np_n) + b(p_1 + p_2 + \cdots\cdots + p_n) \\ &= a \qquad + b\cdot \\ &= aE(X) + b \end{aligned}$$

よって，次のことが成り立つ。

$aX+b$ の期待値

確率変数 X と定数 a，b について

$$E(aX+b) = aE(X) + b$$

例 確率変数 X の期待値が 3 であるとき，$Y=2X-1$ で表される確率変数 Y の期待値は

$$E(Y) = E(2X-1) = \quad E(X) \qquad = 2\cdot 3 - 1 = 5$$

要点 ② $aX+b$ の分散，標準偏差

確率変数 X，および a，b を定数として X の 1 次式 $Y = aX+b$ で定められる確率変数 Y の確率分布が右の表で与えられているとき，Y の分散と標準偏差を考える。

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

Y	y_1	y_2	$\cdots$	y_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

$E(X)=m$ とすると

$$E(Y)=aE(X)+b=am+b$$

Y の分散 $V(Y)$ は

$$V(Y)=\{y_1-E(Y)\}^2p_1+\{y_2-E(Y)\}^2p_2+\cdots\cdots+\{y_n-E(Y)\}^2p_n$$

$$=\{(ax_1+b)-(am+b)\}^2p_1+\{(ax_2+b)-(am+b)\}^2p_2$$

$$+\cdots\cdots+\{(ax_n+b)-(am+b)\}^2p_n$$

$$=\{a(x_1-m)\}^2p_1+\{a(x_2-m)\}^2p_2+\cdots\cdots+\{a(x_n-m)\}^2p_n$$

$$=\qquad\{(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots\cdots+(x_n-m)^2p_n\}$$

$$=\qquad V(X)$$

Y の標準偏差 $\sigma(Y)$ は

$$\sigma(Y)=\sqrt{V(Y)}=\sqrt{a^2V(X)}=\qquad\sigma(X)$$

よって，次のことが成り立つ。

$aX+b$ の分散，標準偏差

確率変数 X と定数 a，b について

$$V(aX+b)=a^2V(X)$$

$$\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$$

例　確率変数 X の分散が 2 であるとき，$Y=3X+5$ で表される確率変数 Y の分散と標準偏差は

$$V(Y)=V(3X+5)=\qquad V(X)=3^2\cdot2=18$$

$$\sigma(Y)=\sigma(3X+5)=\qquad\sigma(X)=3\sqrt{2}$$

※ $\sigma(Y)=\sqrt{V(Y)}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

4 確率変数 X の確率分布が右の表で与えられているとき，確率変数 $6X-5$ の期待値，分散，標準偏差を求めよ。

X	1	2	3	4	計
P	$\frac{6}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	1

Point Pickup

$aX+b$ の期待値，分散，標準偏差

確率変数 X と定数 a，b について

期待値　$E(aX+b)=aE(X)+b$

分散　$V(aX+b)=a^2V(X)$

標準偏差 $\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$

[MEMO]

第 27 講　確認テスト

1　赤球 3 個，白球 5 個の入った袋から，3 個の球を同時に取り出すとき，出る赤球の個数を X とする。

(1)　X の確率分布を求めよ。

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{\boxed{アイ}}{56}$	$\frac{\boxed{ウエ}}{56}$	$\frac{\boxed{オカ}}{56}$	$\frac{1}{56}$	1

(2)　$P(X \geqq 2)$ を求めよ。

$$P(X \geqq 2) = \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$$

2　さいころを 2 回投げて，5 以上の目が出る回数を X とするとき，確率変数 X の期待値を求めよ。

$$\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$$

3　黒石 4 個，白石 2 個の入った袋から，3 個の石を同時に取り出すとき，出る黒石の個数を X とする。X の期待値，分散，標準偏差を求め，答えは，下の①～⑧のうちから選べ。

$$E(X) = \boxed{サ},\quad V(X) = \boxed{シ},\quad \sigma(X) = \boxed{ス}$$

①　2　　②　3　　③　4　　④　$\sqrt{2}$

⑤　$\frac{2}{5}$　　⑥　$\frac{4}{5}$　　⑦　$\frac{\sqrt{10}}{5}$　　⑧　$\frac{\sqrt{10}}{2}$

4 確率変数 X の確率分布が下の表で与えられているとき，確率変数 $4X-3$ の期待値，分散，標準偏差を求め，答えは，下の①～⑧のうちから選べ。

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$E(4X-3)=$ セ ，$V(4X-3)=$ ソ ，

$\sigma(4X-3)=$ タ

① 2　② 5　③ 15　④ $\sqrt{15}$

⑤ $\frac{5}{4}$　⑥ $\frac{9}{4}$　⑦ $\frac{15}{16}$　⑧ $\frac{\sqrt{15}}{4}$

第 27 講　確率分布

§1　確率変数と確率分布

1　赤球 4 個，白球 3 個の入った袋から，2 個の球を同時に取り出すとき，出る赤球の個数を X とする。

(1)　X の確率分布を求めよ。

(2)　$P(X \leqq 1)$ を求めよ。

[解答]

(1)　確率変数 X のとりうる値は 0，1，2

$$P(X=0)=\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_2}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$$

$$P(X=1)=\frac{{}_4\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_2}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$$

$$P(X=2)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_2}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$

よって，X の確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	1

(2)　$P(X \leqq 1)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{1}{7}+\frac{4}{7}=\frac{5}{7}$

§2 確率変数の期待値

2 3 枚の硬貨を同時に投げて，表が出る枚数を X とするとき，確率変数 X の期待値を求めよ。

[解答]

X の確率分布は下の表のようになる。

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

よって，X の期待値は

$$E(X)=0\cdot\frac{1}{8}+1\cdot\frac{3}{8}+2\cdot\frac{3}{8}+3\cdot\frac{1}{8}$$

$$=\frac{1}{8}(0\cdot1+1\cdot3+2\cdot3+3\cdot1)=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

§3 確率変数の分散と標準偏差

3 当たりくじ 2 本を含む 10 本のくじがある。このくじを同時に 5 本引いたときの当たりくじの本数を X とするとき，X の期待値，分散，標準偏差を求めよ。

[解答]

確率変数 X のとりうる値は 0，1，2

$$P(X=0)=\frac{{}_8\mathrm{C}_5}{{}_{10}\mathrm{C}_5}=\frac{56}{252}$$

$$P(X=1)=\frac{{}_2\mathrm{C}_1\times{}_8\mathrm{C}_4}{{}_{10}\mathrm{C}_5}=\frac{140}{252}$$

$$P(X=2)=\frac{{}_2\mathrm{C}_2\times{}_8\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_5}=\frac{56}{252}$$

よって，X の確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{56}{252}$	$\frac{140}{252}$	$\frac{56}{252}$	1

X の期待値は

$$E(X)=0\cdot\frac{56}{252}+1\cdot\frac{140}{252}+2\cdot\frac{56}{252}=1$$

X の分散は

$$V(X)=(0-1)^2\cdot\frac{56}{252}+(1-1)^2\cdot\frac{140}{252}+(2-1)^2\cdot\frac{56}{252}=\frac{112}{252}=\frac{4}{9}$$

X の標準偏差は

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$$

（分散の別解）

$$V(X)=E\left(X^2\right)-\{E(X)\}^2=0^2\cdot\frac{56}{252}+1^2\cdot\frac{140}{252}+2^2\cdot\frac{56}{252}-1^2=\frac{364}{252}-1=\frac{112}{252}=\frac{4}{9}$$

§4 確率変数の変換

4 確率変数 X の確率分布が右の表で与えられているとき，確率変数 $6X-5$ の期待値，分散，標準偏差を求めよ。

X	1	2	3	4	計
P	$\frac{6}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	1

[解答]

$$E(X)=1\cdot\frac{6}{12}+2\cdot\frac{3}{12}+3\cdot\frac{2}{12}+4\cdot\frac{1}{12}=\frac{22}{12}=\frac{11}{6}$$

$$V(X)=1^2\cdot\frac{6}{12}+2^2\cdot\frac{3}{12}+3^2\cdot\frac{2}{12}+4^2\cdot\frac{1}{12}-\left(\frac{11}{6}\right)^2=\frac{52}{12}-\frac{121}{36}=\frac{35}{36}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{\frac{35}{36}}=\frac{\sqrt{35}}{6}$$

よって　$E(6X-5)=6E(X)-5=6\cdot\frac{11}{6}-5=6$

$$V(6X-5)=6^2\,V(X)=6^2\cdot\frac{35}{36}=35$$

$$\sigma(6X-5)=|6|\sigma(X)=6\cdot\frac{\sqrt{35}}{6}=\sqrt{35}$$

※$\sigma(6X-5)=\sqrt{V(6X-5)}=\sqrt{35}$

第 27 講　確認テスト 解答

1

(1)　**[正解]** アイ：10，ウエ：30，オカ：15

[解説]

確率変数 X のとりうる値は 0，1，2，3 [A]

$$P(X=0)=\frac{{}_5C_3}{{}_8C_3}=\frac{10}{56}$$

$$P(X=1)=\frac{{}_3C_1\times{}_5C_2}{{}_8C_3}=\frac{30}{56}$$

$$P(X=2)=\frac{{}_3C_2\times{}_5C_1}{{}_8C_3}=\frac{15}{56}$$

$$P(X=3)=\frac{{}_3C_3}{{}_8C_3}=\frac{1}{56}$$

よって，X の確率分布は下の表のようになる。

X	0	1	2	3	計
P	$\mathbf{\frac{10}{56}}$	$\mathbf{\frac{30}{56}}$	$\mathbf{\frac{15}{56}}$	$\frac{1}{56}$	1

[A]　確率変数 X のとりうる値 x_1，x_2，……，x_n と，それぞれの値をとる確率 p_1，p_2，……，p_n の対応関係を，X の確率分布という。

X	x_1	x_2	…	x_n	計
P	p_1	p_2	…	p_n	1

$p_1\geqq 0$，$p_2\geqq 0$，……，$p_n\geqq 0$

$p_1+p_2+\cdots\cdots+p_n=1$

(2)　**[正解]** キ：2，ク：7

[解説]

X の確率分布は下の表のようになる。

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{10}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$	1

よって

$$P(X\geqq 2)=P(X=2)+P(X=3)$$ [B]

$$=\frac{15}{56}+\frac{1}{56}=\frac{16}{56}=\mathbf{\frac{2}{7}}$$

[B]　確率変数 X について
$X=a$ となる確率を $P(X=a)$
$a\leqq X\leqq b$ となる確率を $P(a\leqq X\leqq b)$
のように表す。

2 [正解] ケ：2，コ：3

[解説]

X の確率分布は下の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

よって，X の期待値は

$$E(X)=0\cdot\frac{4}{9}+1\cdot\frac{4}{9}+2\cdot\frac{1}{9}$$ [C]

$$=\frac{1}{9}(0\cdot4+1\cdot4+2\cdot1)$$

$$=\frac{6}{9}=\mathbf{\frac{2}{3}}$$

[C]　確率変数 X が下の表の確率分布に従うとき，期待値は

$$E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots\cdots+x_np_n$$

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

3 [正解] サ：①，シ：⑤，ス：⑦

[解説]

確率変数 X のとりうる値は 1，2，3

$$P(X=1)=\frac{{}_4C_1\times{}_2C_2}{{}_6C_3}=\frac{4}{20}$$

$$P(X=2)=\frac{{}_4C_2\times{}_2C_1}{{}_6C_3}=\frac{12}{20}$$

$$P(X=3)=\frac{{}_4C_3}{{}_6C_3}=\frac{4}{20}$$

よって，X の確率分布は下の表のようになる。

X	1	2	3	計
P	$\frac{4}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{4}{20}$	1

X の期待値は

$$E(X)=1\cdot\frac{4}{20}+2\cdot\frac{12}{20}+3\cdot\frac{4}{20}=\mathbf{2}$$ [D]

X の分散は

$$V(X)$$

$$=(1-2)^2\cdot\frac{4}{20}+(2-2)^2\cdot\frac{12}{20}+(3-2)^2\cdot\frac{4}{20}$$ [E]

$$=\frac{8}{20}=\mathbf{\frac{2}{5}}$$

X の標準偏差は

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{2}{5}}=\mathbf{\frac{\sqrt{10}}{5}}$$ [E]

（別解）　分散について

$$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$$ [E]

$$=1^2\cdot\frac{4}{20}+2^2\cdot\frac{12}{20}+3^2\cdot\frac{4}{20}-2^2$$

$$=\frac{88}{20}-4=\frac{8}{20}=\mathbf{\frac{2}{5}}$$

[D]　確率変数 X が下の表の確率分布に従うとき，期待値は

$$E(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots\cdots+x_np_n$$

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

[E]　確率変数 X が下の表の確率分布に従うとき，X の期待値を $E(X)=m$ とすると，分散は

$$V(X)=(x_1-m)^2p_1$$
$$+(x_2-m)^2p_2+\cdots$$
$$\cdots+(x_n-m)^2p_n$$

または $V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

標準偏差は $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

4 [正解] セ：①，ソ：③，タ：④

[解説]

X の期待値，分散，標準偏差は

$$E(X)=0\cdot\frac{2}{8}+1\cdot\frac{3}{8}+2\cdot\frac{2}{8}+3\cdot\frac{1}{8}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$$

$$V(X)=0^2\cdot\frac{2}{8}+1^2\cdot\frac{3}{8}+2^2\cdot\frac{2}{8}+3^2\cdot\frac{1}{8}-\left(\frac{5}{4}\right)^2$$

[F]

$$=\frac{20}{8}-\frac{25}{16}=\frac{15}{16}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{\frac{15}{16}}=\frac{\sqrt{15}}{4}$$

[F]　確率変数 X の分散は
$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

よって

$$E(4X-3)=4E(X)-3$$ [G]

$$=4\cdot\frac{5}{4}-3=\mathbf{2}$$

$$V(4X-3)=4^2\,V(X)=4^2\cdot\frac{15}{16}=\mathbf{15}$$

$$\sigma(4X-3)=|4|\sigma(X)=4\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}=\sqrt{\mathbf{15}}$$

※$\sigma(4X-3)=\sqrt{V(4X-3)}=\sqrt{\mathbf{15}}$

[G]　確率変数 X と定数 a，b について
期待値　$E(aX+b)=aE(X)+b$
分散　$V(aX+b)=a^2\,V(X)$
標準偏差　$\sigma(aX+b)=|a|\sigma(X)$